

水中爆轟と爆轟生成ガスの状態方程式について

灘光 陽¹, 本田隆志¹, 藤田昌大², 伊東 繁³

Underwater Explosion and Equation of State for a Product Gas

Yoh NADAMITSU, Takashi HONDA, Masahiro FUJITA and Shigeru ITOH

An interaction between underwater shock waves and expansion waves occurred by the expansion of a product gas is investigated by both experimentally and by numerical simulation. Cylindrical high explosives are used in the experiments. Streak photographs and framing photographs are taken by a high-speed camera using a conventional shadowgraph system. When cylindrical high explosives detonates in the water, an underwater shock wave is occurred and the product gas expands as the detonation wave propagates. Due to the expansion of the product gas, an expansion wave occurs and interacts with the underwater shock wave. The strength of the underwater shock wave is strongly effected by the expansion waves which changes its configuration. The attenuation process of the underwater shock wave is investigated theoretically using a method of characteristics. Using this theoretical work, it is possible to obtain the parameters of the Jones-Wilkins-Lee (JWL) equation of state for the product gas. The numerical results obtained by using the JWL parameters are compared with the experimental results. Good agreement between them is confirmed in the case of the underwater explosion of cylindrical high explosives.

key words : Shock Wave, Method of Characteristics, Equation of State, Detonation, Numerical Analysis, Expansion Wave, Shock Attenuation

1. はじめに

水中爆轟現象を数値解析する場合、質量、運動量、エネルギーの保存式のほかに状態方程式が必要である。特に爆薬の爆轟生成ガスの最適な状態方程式を開発することは爆轟現象の解明に対し大変意義がある。爆薬の爆轟生成ガスの状態方程式は木原・正田・田中の提案によるKHT状態方程式^{(1)~(4)}、Becker-Kistiakowsky-Wilson (BKW) 状態方程式⁽⁵⁾等によって与えられる場合も多い。特にKHT状態方程式は精度が高く、解析コードが市販されている。しかし、これらの状態方程式を採用する場合、爆薬の組成が知ら

れていなければならない。前報⁽⁶⁾では爆轟生成ガスにJWL状態方程式を採用して水中爆轟現象の数値解析を行い、実験結果と良い一致を得た。この場合、JWLパラメータはシリンダー膨張試験から求めた⁽⁷⁾。しかしながら、シリンダー膨張試験では、試験の最終段階で爆轟生成ガスの膨張によって金属パイプが破裂し、その破片が飛散する。この金属破片が観測部を損傷させるだけでなく、人的被災を招く可能性があり危険な実験である。前報⁽⁸⁾では水中衝撃波の形状変化が分かれば特性理論式を用いて、爆轟生成ガスの水中での膨張過程を明らかにできる可能性があることを示した。しかし、実験ならびに数値解析において、

¹⁾ 第一工業大学機械工学科

²⁾ 崇城大学工学部

³⁾ 熊本大学衝撃・極限環境研究センター

PMMA 板に平板形状の爆薬を貼り付けたため PMMA 板の影響が現れた。本報では円筒状高性能爆薬 SEP の水中爆轟実験によって水中衝撃波の伝播特性を調べ、そして水中爆轟実験から得られた水中衝撃波形状を用いて特性理論計算を行い、爆轟生成ガスの JWL 状態方程式を求める方法を提案する。そして、実験から得られた水中衝撃波形状を用いて、爆轟生成ガスの状態方程式を理論的に求める。さらに理論解析によって得られた状態方程式を用いて数値計算を行い、その結果と光学的観察実験結果と比較検討し両者が極めて良く一致することを示す。

2. 円筒状高性能爆薬 SEP の水中爆轟実験

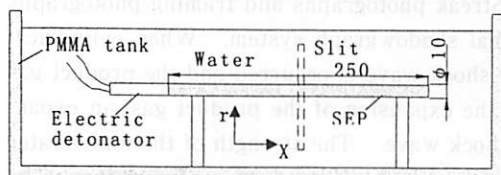


図1 円筒形爆薬の水中爆轟実験装置

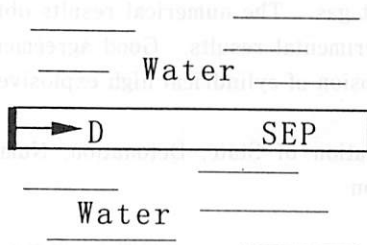


図2 円筒形爆薬の水中爆轟に対する数値計算の物理場

高性能爆薬 SEP [旭化成工業(株)製, PETN : 65%, Parafine : 35%, 充填密度 $\rho_e = 1310 \text{ kg/m}^3$, $D = 6970 \text{ m/s}$] を円筒形(直径 $d = 10 \text{ mm}$, 長さ $L = 250 \text{ mm}$) に成形し、実験を行った。この爆薬を水で満たした PMMA 製の容器に入れて 6 号電気雷管によって起爆させ、水中爆轟実験を行った。その実験装置を図 1 に示す。光学的写真観察実験はシャドウグラフ法によって行った。半径 r 方向への水中衝撃波の伝ば過程を調べるために図 1 中破線の方にスリットをきってストリーク写真撮影を行った。実験はすべて熊本大学工学部付属衝撃エネルギー実験所で行った。

3. 数値計算方法

図 2 は数値計算に用いた物理場を示す。数値計算には SALE 法を用いた。計算は質量、運動量、エネルギーの保存則に状態方程式を組み合わせて行った。水については次式で表される Mie-Grüneisen 状態方程式を用いた。

$$P = \frac{\rho_0 C_0^2 \eta}{(1 - S\eta)^2} \left[1 - \frac{\Gamma\eta}{2} \right] + \Gamma \rho_0 e$$

ここに $\eta = 1 - \rho_0/\rho$ である。また Γ と S は前報⁽⁸⁾に示した定数である。また爆轟生成ガスの状態方程式は JWL 状態方程式⁽⁹⁾を用いた。

$$P = A \left[1 - \frac{\omega}{R_1 V} \right] \exp(-R_1 V) + B \left[1 - \frac{\omega}{R_2 V} \right] \exp(-R_2 V) + \frac{\omega \rho_e e}{V}$$

ここで A , B , R_1 , $R_2 \omega$ は実験的に求められる定数 (JWL パラメータ) として前報⁽⁸⁾に示した。また V は爆薬の充填密度と爆轟生成ガスの密度との比 ρ_e/ρ である。爆薬の爆轟過程の数値シミュレーションは前報⁽⁸⁾と同様である。計算場は一辺 0.5 mm の格子に分割し、代表的な計算で格子数は (700×220) とし、計算時間は GAIA 275AXP を用いて約 2 h であった。

4. 水中衝撃波の伝播過程



図3 円筒形状SEPによる水中爆轟のストリーク写真

爆薬の半径方向にスリットをきって得られたストリーク写真の代表例を図 3 に示す。図 3 中白く見えるのは爆薬の発光によるものである。この写真を画像解析し、水中衝撃波の r 方向への伝ば距離と時間のデータを得た。それらを nonlinear curve fitting 法により次式のように関数近似した。

$$\frac{Y}{D} = A_1 \{1 - \exp(-B_1 t)\} + A_2 \{1 - \exp(-B_2 t)\} + A_3 \{1 - \exp(-B_3 t)\} + \frac{C_0}{D} t \quad (4.1)$$

表 4.1 円筒形状 SEP の水中爆轟に対する半径方向
の水中衝撃波のフィッティングパラメータ

$A_1(\text{sec})$	$A_2(\text{sec})$	$A_3(\text{sec})$	$B_1(\text{sec}^{-1})$	$B_2(\text{sec}^{-1})$	$B_3(\text{sec}^{-1})$
3.633 $\times 10^{-4}$	1.744 $\times 10^{-6}$	-2.68 $\times 10^{-8}$	2.239 $\times 10^2$	2.847 $\times 10^5$	2.950 $\times 10^7$

なお A_1, A_2, A_3 および B_1, B_2, B_3 は定数である。
この近似式と爆轟波が速度 D で伝ばすることを組み

合わせると水中衝撃波の形状を得ることができる。近
似式の各係数を表 4.1 に示す。

4.1 JWL 状態方程式の特性曲線解について

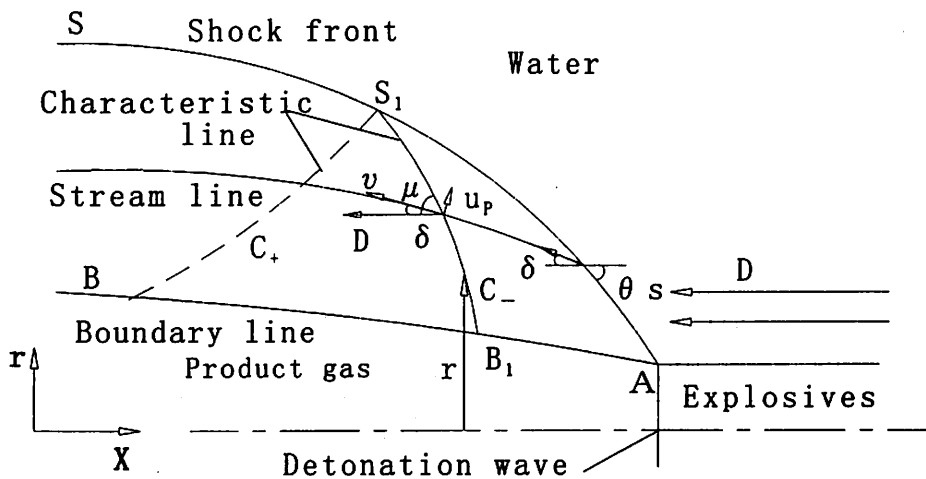


図 4 二次元軸対称流れに対する水中衝撃波の静止座標系

図 4 は軸対称流れに対して爆轟波を固定した定置座標系で表した水中衝撃波系を示す。理論解析では爆薬の爆轟特性ならびに水中衝撃波の伝播過程については前章と同じ仮定を行う。その概要は次のとおりである。

- (1) 爆薬中を伝播する爆轟波は一定速度 D で伝播し、定常理想爆轟を行う。
- (2) 水中衝撃波は同一形状を保ち爆轟波とともに図 4 中 X 方向に一定速度 D で移動する。
- (3) 流れ場全体に X 方向に逆向きに速度 D を加えることによって爆轟波ならびに水中衝撃波を静止することができる。
- (4) 水と爆轟生成ガスの境界で水側と爆轟生成ガスの圧力と速度は等しい。

仮定(2)より、 U_s と D に対して次の関係が成り立つ。

$$U_s = D \sin \theta, \quad (4.2)$$

図 4 の定置座標系で爆轟生成ガスと水との境界を曲線 AB で示す。この境界と水中衝撃波の曲線 AS との間に特性曲線 (図 4 中の曲線 S_1B_1) を描くことができる。平面流れの場合、特性曲線に沿ってリーマン量は一定である。軸対称流れでは特性曲線に沿ってリーマン量は一定でなく、半径 r によって変化する。この特性曲線 C_- に沿って次式が成り立つ。

$$dv - d\delta = \frac{\sin \mu \sin \delta}{\sin(\mu + \delta)} \frac{dr}{r} \quad (4.3)$$

上式左辺の微小変化量 dv に次式を用いる。

$$dv = \sqrt{M^2 - 1} \frac{dV}{V}, \quad M = \frac{V}{C}$$

また、特性曲線 C_- に沿った圧力の変化は次式で示

される。

$$dP = \frac{-\rho V^2}{\sqrt{M^2 - 1}} \left[d\delta + \frac{\sin \mu \sin \delta}{\sin(\mu + \delta)r} dr \right] \quad (4.4)$$

同様に特性曲線 C_+ に沿って次式が成り立つ。

$$dv + d\delta = \frac{\sin \mu \sin \delta}{\sin(\mu - \delta)r} dr \quad (4.5)$$

$$dP = \frac{\rho V^2}{\sqrt{M^2 - 1}} \left[d\delta - \frac{\sin \mu \sin \delta}{\sin(\mu - \delta)r} dr \right]$$

流線方向の δ の流線 S に沿った変化と流線間に対する v の変化の関係は次式となる。

$$\frac{\partial \delta}{\partial S} = \frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial n} \quad (4.6)$$

運動量の式 $dp = -\rho V dV$ を流線に沿って積分すれば、次式が成り立つ。

$$V_2^2 - V_1^2 = -2 \int_{\rho_1}^{\rho_2} \frac{C^2}{\rho} d\rho \quad (4.7)$$

$$\text{ここで, } \frac{dP}{d\rho} = C^2 \quad (4.8)$$

である。なお C は次式を用いる。

$$C = C_0 (1 - \eta) \frac{\sqrt{1 + S\eta(1 - \Gamma\eta)}}{(1 - S\eta)^{3/2}} \quad (4.9)$$

ここで $\eta = 1 - \rho_0/\rho$ である。

次に経験的に知られている関係式 $U_s = C_0 + Su_p$ を斜め衝撃波の関係式に適用すると水中衝撃波面に関して次の式を得る。衝撃波背後の圧力 P と密度 ρ は次式となる。

$$P = \rho_0 U_s u_p \quad (4.10)$$

$$\rho = \frac{\rho_0 U_s}{(U_s - u_p)} \quad (4.11)$$

衝撃波静止座標に対する流体粒子の相対速度 V は次式で示される。

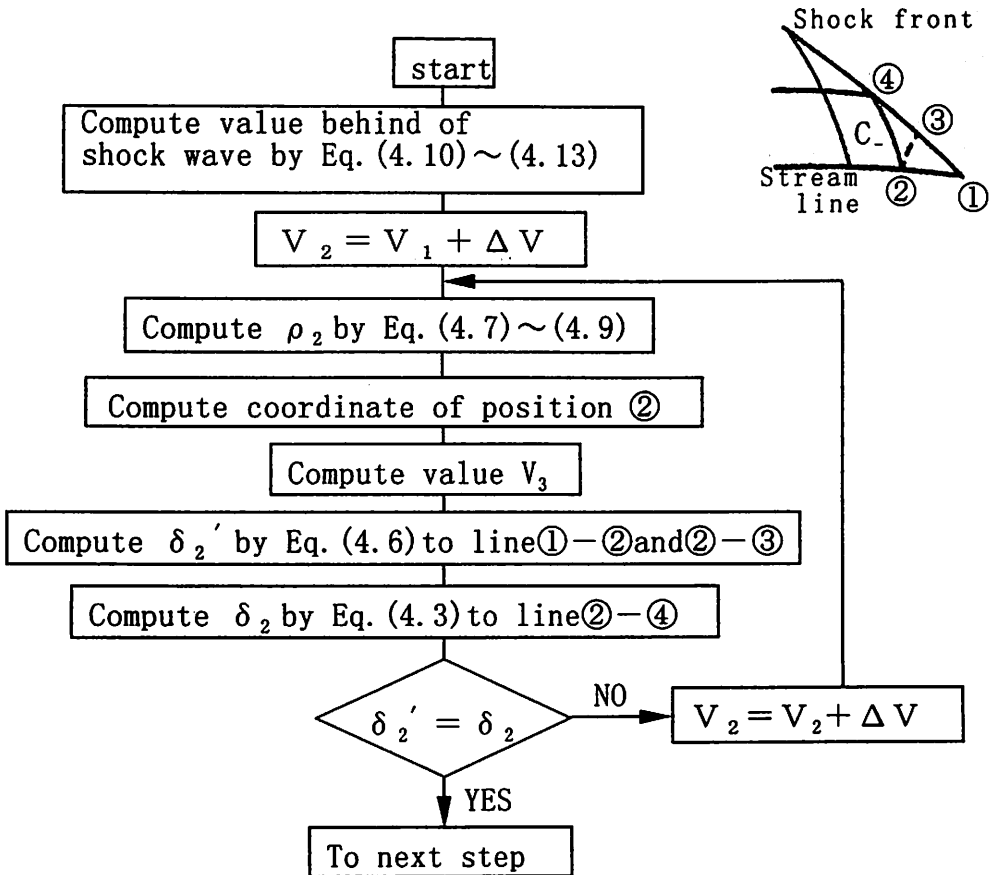


図5 特性理論の計算手法

$$V = \frac{1}{S} \left[U_s^2 (1 - 2S) + 2U_s C_0 (S - 1) + C_0^2 + S^2 D^2 \right]^{1/2} \quad (4.12)$$

そして、流れの転向角 δ は次式で表される。

$$\tan \delta = \frac{(U_s - C_0) \sqrt{D^2 - U_s^2}}{SD^2 - U_s(U_s - C_0)}$$

δ で表示すると次式となる。

$$\delta = \tan^{-1} \left[\frac{(U_s - C_0) \sqrt{D^2 - U_s^2}}{SD^2 - U_s(U_s - C_0)} \right] \quad (4.13)$$

また、衝撃波面のプラントル・マイヤー関数 ν は次式から得ることができる。

$$\frac{d\nu}{dU_s} = \frac{\sqrt{M^2 - 1} \{U_s(1 - 2S) + C_0(S - 1)\}}{[U_s^2(1 - 2S) + 2U_s C_0(S - 1) + C_0^2 + S^2 D^2]} \quad (4.14)$$

水中衝撃波の形状あるいは爆轟生成ガスと水との境界の位置および物理量が与えられると以上の関係式から、AS と AB 間の領域の物理量が得られる。また図 4 点 A での水中衝撃波の強さと入射角はインピーダンスマッチング法⁽¹⁰⁾から求められる。

計算手法の概要を図 5 に示す。

図 6 は爆轟生成ガスと水の境界および水中衝撃波の形状を示している。図 6 の横軸は爆轟波先頭を零として、それから下流方向にとった距離を示す。縦軸は爆薬中心からの半径方向距離を示す。同図中 (○) は実験結果の水中衝撃波形状を示す。この実験結果をもとに特性理論から得た爆轟生成ガスと水との界面を実線 WB で示す。(△) は実験的に得られた爆轟生成ガスと水との界面であるが、爆轟波先頭から 13mm 程度までプロット点がないのは、その付近までは水中衝撃波が強くストリーク写真において界面が認識できないためである。水中衝撃波の形状から特性曲線法を用いて得た爆轟生成ガスの界面の形状は実験結果を極めてよく予測することが分かる。

また爆轟生成ガスの密度と圧力の関係を図 7 に示す。爆轟生成ガスの圧力は、前述の仮定(4)より水との界面における圧力が水の圧力に等しいことから得られ、密度は界面の形状から得られる。得られた結果を図 7 中 (●) で示す。これを nonlinear curve fitting 法や末尾の補足説明の方法によって JWL 状態方程式を近似すると JWL パラメータが得られる。図 7 中の実線は得られたパラメータにより描いたものである。得られた JWL パラメータを表 4.2 に示す。表 4.2 中 old は従来のシリンダー膨張試験から得られた JWL パラメータ⁽⁷⁾を、new は本解析から得られた結果を示す。

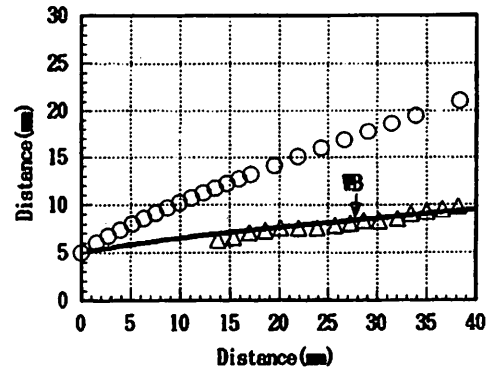


図 6 爆轟生成ガスと水との境界に対する実験と特性理論結果

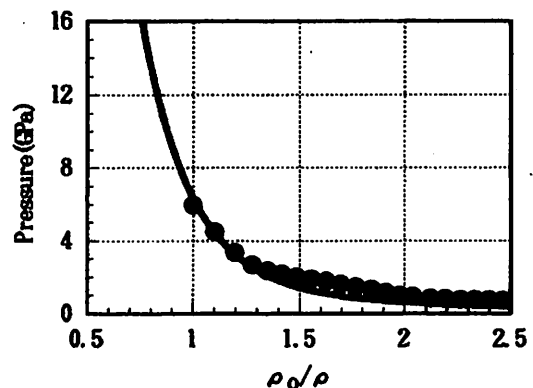


図 7 特性理論から求めた爆轟生成ガスの圧力と密度比

表 4.2 爆薬 SEP に対する特性理論から求めた JWL パラメータとシリンダー膨張試験による結果の比較

TYPE	A (GPa)	B (GPa)	R ₁	R ₂	ω
old	365.0	2.31	4.3	1.00	0.28
new	376.4	2.15	4.4	1.00	0.28

両者にはほとんど差がないことが分かる。爆薬の水中爆轟現象に対する両者の計算結果を図 8 に示す。図 8 中実線が新しい JWL パラメータ、(●) と (▲) がシリンダー膨張試験から得られた JWL パラメータを用いて計算した結果を示す。同図中の (WB) は爆轟生成ガスと水との境界を示している。得られた結果の範

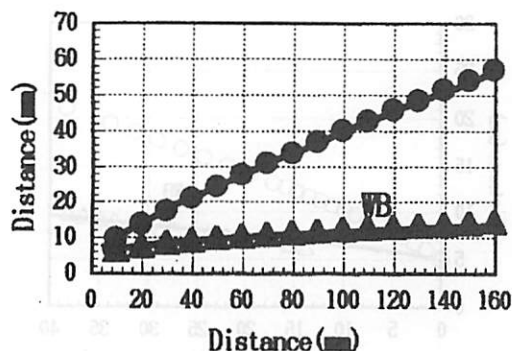


図8 新JWLパラメータを用いた数値計算結果

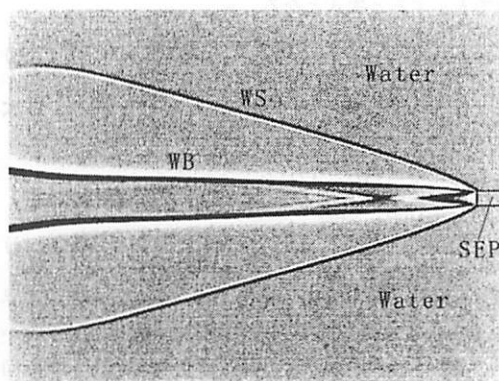
図内では両者に差が見られないことが図8から分かる。図9は時間 $40 \mu\text{sec}$ における両者の数値計算結果をコンピュータシャドウグラフで表示している。

同図(a)が新しいJWLパラメータで数値計算した結果で、(b)がシリンダー膨張試験から得られたJWLパラメータを用いて計算した結果を示している。同図中のWSは水中衝撃波を示し、WBは爆轟生成ガスと水との境界を示している。両者に大きな差が見られないことが分かる。次に $d=10\text{mm}$, $L=250\text{mm}$ の爆薬の水中爆ごうによって発生した水中衝撃波の形状ならびに爆轟生成ガスと水との界面に関する実験結果と数値計算結果との比較を図10に示す。図10中縦軸は半径方向距離、横軸は爆ごう波の先頭から測られた距離を示す。図10中実線は数値計算で得られた水中衝撃波の形状、破線WBは爆ごう生成ガスと水との界面を示す。

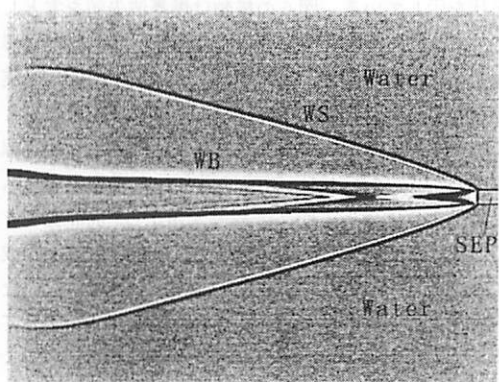
(○)は実験によって得られた水中衝撃波の形状、(△)は同じく実験によって得られた爆ごう生成ガスと水との界面を示す。水中衝撃波、ならびに界面のいずれについても計算結果と実験結果は極めてよく一致することがわかる。

水中衝撃波の形状がわかればその接線角より式(4.2)を用いて水中衝撃波の法線方向速度が分かる。これを用いて斜め衝撃波に関する運動量の関係式より、水中衝撃波前後の強さが計算できる。 $d=10\text{mm}$, $L=250\text{mm}$ の場合に得られた結果を図11に示す。図11の縦軸は衝撃波前後の圧力比、横軸は爆薬の半径 $r_0=d/2$ で無次元化された半径方向距離を示す。図11中実線が数値計算結果を示し、(○)が実験結果を示す。数値計算結果と実験結果はよく一致することがわかる。図11より水中衝撃波の強さは、爆薬の界面付近か

S<-500 0 S>500



(a) 新JWLパラメータを使用した
数値計算結果($t=40 \mu\text{sec}$)



(b) 旧JWLパラメータを使用した
数値計算結果($t=40 \mu\text{sec}$)

図9 新・旧JWLパラメータによる数値計算
結果の比較

ら半径に比してほぼ指数的に減少することがわかり、その指数は約 (-1.1) であった。

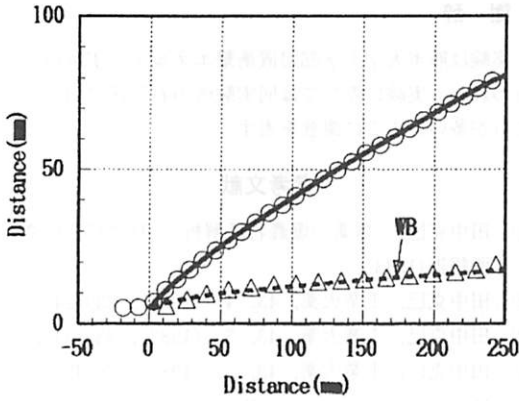


図10 実験ならびに数値計算による
水中衝撃波形状の比較

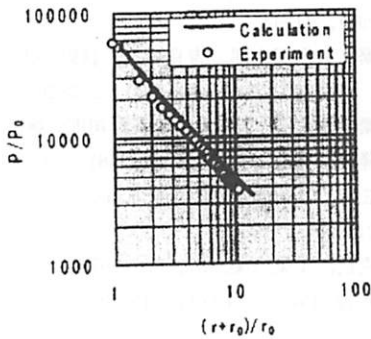


図11 水中衝撃波の圧力分布

補足説明

特性理論式を用いた JWL パラメータの計算の概要

- (1) 実験から得られた水中衝撃波形状と特性理論を用いて、爆轟生成ガスと水との境界の位置と圧力 P 、衝撃波静止座標の相対速度 V などを求める。
- (2) 境界では圧力と速度が水側とガス側で等しいとする。
- (3) ガス側の密度 ρ は一次元理論 $\pi r_0^2 \rho_e D = \pi r^2 \rho V$ から求まる。
- (4) (1),(2),(3)から爆轟生成ガスの密度と圧力の関係図を描くことができる。
- (5) (4)で得られた圧力と密度比を次の関係式に代入して繰り返し計算により JWL パラメータを決定する⁽¹¹⁾。

等エントロピー膨張の式は次式で表される⁽¹²⁾。

$$P = Ae^{-R_1 \bar{V}} + Be^{-R_2 \bar{V}} + C \bar{V}^{-\omega-1}, \quad \bar{V} = \frac{\rho_e}{\rho} \quad (4.15)$$

エネルギー E と断熱指数 γ は次式で示される。

$$E = \frac{A}{R_1} e^{-R_1 \bar{V}} + \frac{B}{R_2} e^{-R_2 \bar{V}} + \frac{C}{\omega} \bar{V}^{-\omega} \quad (4.16)$$

$$\gamma = \frac{\bar{V}}{P} \left\{ AR_1 e^{-R_1 \bar{V}} + BR_2 e^{-R_2 \bar{V}} + C(\omega + 1) \bar{V}^{-\omega-2} \right\} \quad (4.17)$$

ただし、二原子気体の断熱指数 (Grüneisen パラメータ) ω の範囲は $0.2 \leq \omega \leq 0.4$ である。

また、Chapman Jouget 点 (CJ 点) で次の関係式が成り立つ。

$$P_{CJ} = Ae^{-R_1 \bar{V}_1} + Be^{-R_2 \bar{V}_1} + C \bar{V}_1^{-\omega-1}, \quad \bar{V}_1 = \frac{\rho_e}{\rho_{CJ}} \quad (4.18)$$

一次元の質量、運動量の保存式から $\rho_e D^2 = \frac{P_{CJ} \gamma_{CJ}}{\bar{V}_1}$ が成り立つ。

したがって次式が得られる。

$$\rho_e D^2 = AR_1 e^{-R_1 \bar{V}_1} + BR_2 e^{-R_2 \bar{V}_1} + C(\omega + 1) \bar{V}_1^{-\omega-2} \quad (4.19)$$

E_{CJ} は次式となる。

$$E_{CJ} = \frac{A}{R_1} e^{-R_1 \bar{V}_1} + \frac{B}{R_2} e^{-R_2 \bar{V}_1} + \frac{C}{\omega} \bar{V}_1^{-\omega} \quad (4.20)$$

また $P_{CJ} \gg P_0$ に対し次式が成り立つ。

$$P_{CJ} = \frac{\rho_e D^2}{(\gamma + 1)}$$

$$\rho_{CJ} = \frac{\rho_e (\gamma + 1)}{\gamma}$$

$$E_{CJ} = E_0 + \frac{1}{2} P_{CJ} \left[1 + \frac{\rho_e}{\rho_{CJ}} \right]$$

ただし、 $D = C_{CJ} + u_{CJ}$, $C_{CJ} = \gamma D / (\gamma + 1)$, $u_{CJ} = D / (\gamma + 1)$ であり、 γ は凝縮系爆薬で約 3⁽¹³⁾ であることはよく知られている。また、十分に大きな密度比で膨張ガスは完全気体に移行すると仮定して次式を与えている⁽¹¹⁾。

$$C \bar{V}_2^{-\omega-1} \cdot 10^{-3} = Ae^{-R_1 \bar{V}_2} + Be^{-R_2 \bar{V}_2} \quad (4.21)$$

ただし、 $9.5 \leq \bar{V}_2 \leq 12.5$ である。

これらの関係式は未知数に対して方程式が少ないため解析的な厳密解を得ることができない。しかしながら、特性理論から得られた結果をもとに繰り返し計算

することによって近似解を得ることができる。大まかな係数は次の関係から得られる。式(4.15)の R_1, R_2 を1の次数と仮定すると、大きな密度比 ρ_e/ρ で次の関係が考えられる。

$$Be^{-R_1 V} \ll C\bar{V}^{-\omega-1}, Ae^{-R_2 V} \ll C\bar{V}^{-\omega-1}$$

$$p \approx C\bar{V}^{-\omega-1}$$

式(4.15)の $C\bar{V}^{-\omega-1}$ は低い圧力で効果があるので、比較的小さな密度比 ρ_e/ρ でこの項を省略すると $p \approx Ae^{-R_1 V} + Be^{-R_2 V}$ となる。

5. まとめ

円筒状の高性能爆薬 SEP の水中爆ごうにより発生した水中衝撃波の基本特性を光学的写真観察実験ならびに数値計算によって調べた。爆ごう波を固定した座標系について特性式を応用し、水中衝撃波ならびに爆ごう生成ガスの膨張に関する理論解析を行った。また爆薬の爆ごう生成ガスの膨張に関してJWL状態方程式のパラメータを求める方法を提案した。得られたJWLパラメータを用いて爆薬の水中爆ごう現象を数値計算した。直径が10mmの円筒形爆薬の水中爆ごうによって生じた水中衝撃波の形状について数値計算結果と光学的観察実験結果は極めてよく一致することがわかった。円筒形爆薬の水中爆ごうによって発生した水中衝撃波の場合、数値計算で得られた爆ごう生成ガスと水との界面が実験結果を極めてうまく予測することも明らかにした。この場合の水中衝撃波の強さは、爆薬の界面付近から半径に比してほぼ指数的に減少することがわかり、その指数は約(-1.1)であった。

謝 辞

実験は熊本大学工学部附置衝撃エネルギー実験所で行われた。実験に際しては同実験所の石谷氏に負うところが多い。ここに謝意を表す。

参考文献

- (1) 田中克巳, 「爆薬の爆轟特性解析」, 科学技術研究所報告(1983).
- (2) 田中克巳, 工業火薬, 43, 4, (1982), 239-248.
- (3) 田中克巳, 工業火薬, 43, 5, (1982), 335-343.
- (4) 田中克巳, 工業火薬, 43, 5, (1983), 36-42.
- (5) Mader, C. L., Detonation Properties of Equation of State of Becker-Kistiakowsky-Wilson, University of California press, (1979), 412-448.
- (6) 瀬光陽, 本田隆志, 第一工業大学研究報告, 第8号(1996), 41-44
- (7) 伊東繁, 久保田士郎, 吉良章夫, 長野司郎, 藤田昌大, 火薬学会誌, 55-5(1994), 202-208.
- (8) 伊東繁, 瀬光陽, 吉良章夫, 長野司郎, 藤田昌大, 本田隆志, 機論, 62-601, B(1996), 50-55.
- (9) Lee, E. L., Hornig, H. C. and Kury, J. W., UCRL-50422(1968).
- (10) 田中克巳, 工業火薬, 37, 6, (1976), 277-290.
- (11) Hornberg, Propell., Explos., Pyrotech., 11 (1986), 23-31.
- (12) Lee, E. L., Finger, M., Collins, W., Lawrence Livermore National Laboratory, Rept-UCID-16189 (1973).
- (13) 田中克巳, 工業火薬, 38, 3, (1977), 107-120.