

水中衝撃波の基本特性に関する解析的研究

灘光 陽*・本田 隆志*

An Analytical Study of Fundamental Characteristics of Underwater Shock Wave

You NADAMITSU and Takashi HONDA

Fundamental characteristics of underwater shock wave generated by underwater explosion of high explosives are investigated by numerical simulations. The attenuation process of the underwater shock wave is also investigated theoretically using the characteristic method. Slab explosives are used to both theory and numerical calculation. When the detonation wave propagates into the explosive, the underwater shock wave is generated at the boundary between the slab explosives and the water. The incident angle of the underwater shock wave has the same angle obtained by the impedance matching method between the explosives and water. Then it changes because the effects of the interaction with the expansion wave occurred at the expanded product gas of the explosives. The attenuation process of the underwater shock wave are well explained by the characteristics method.

Key words : Underwater Explosion, Underwater Shock Wave, Numerical Analysis, Characteristic Method

1. 緒 言

爆薬を水中で爆発させた場合、爆薬と水の境界で発生した衝撃波が水中を伝播し、異なる媒質に対して、透過、反射、回折、収束現象を伴う。そして、このような水中衝撃波現象を利用して各種の金属加工や各種粉末の固化など工学的な応用が行われている。^{(1),(2)}このような分野で衝撃波をさらに有効に利用するためには、衝撃波現象の解析が必要であるが、特に爆源近くでの水中衝撃波現象は現在のところまだ十分に解明されていない。そこで本報では、平板状爆薬の水中爆轟によって発生した水中衝撃波の強さが減衰する過程の解明を特性理論で試みる。その理論解析結果を数値シミュレーション結果と比較検討する。

2. 理論解析

図1は理論解析に対する流れ場を示している。デトネーション波が定常爆轟速度 D で均質な爆薬内を図の右方向に伝播している。デトネーション波背後の爆轟ガスは膨張し水と爆轟ガスの境界を曲線 AB で示し

ている。また衝撃波面を曲線 AS で示し、速度 U_s で水中を伝播している。衝撃波下流の水は静止している。この流れ場全体に $-D$ を加えて、デトネーション波および水中衝撃波を静止させる座標系（以下、定置座標と呼ぶ）で理論解析を行う。 U_s と D に対し次の関係が成り立つ。

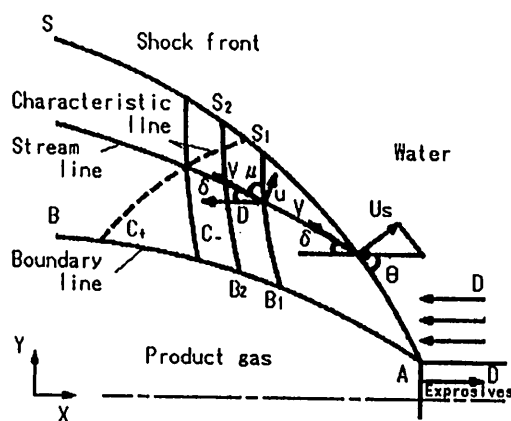


図1 定置座標系

$$U_s = D \sin \theta$$

定位置座標で境界を示す曲線 AB は流線であり、この境界と衝撃波の間にマッハ線を結んだ特性曲線 (図中の曲線 SB) を描くことができる。現象が平面である場合、この特性曲線 C₋ に沿ってリーマン量 R は一定で次式が成り立つ。

$$R = v - \delta = \text{const}$$

$$d\delta = dv = \sqrt{M^2 - 1} \frac{dV}{V}, \quad M = \frac{V}{C}$$

$$dp = \frac{-\rho V^2}{\sqrt{M^2 - 1}} d\delta \quad (1)$$

同様に特性曲線 C₊ に沿ってリーマン量 Q は一定で次式が成り立つ。

$$Q = v + \delta = \text{const}$$

$$d\delta = -dv$$

$$dp = \frac{\rho V^2}{\sqrt{M^2 - 1}} d\delta$$

C₋ 特性が直線となる単一波の領域に対しては、リーマン量 Q はどこでも同じ値となる。

$$Q = v + \delta = Q_0$$

ここに、V : 流体粒子速度、 δ : V と X 軸を挟む角度、 θ : D と衝撃波面の接線を挟む角度、C : 音速、M : マッハ数、P : 圧力、 ρ : 密度、 μ : マッハ角を表す。斜め衝撃波の関係式と $U_s = C_0 + SU$ の関係を用いると衝撃波面に沿ったリーマン量の変化は U_s の関数となり、 $dR_s = dR_b$ から次の関係式を得る。

$$\int_{S_1}^{S_2} \left(\frac{dv}{dU_s} - \frac{d\delta}{dU_s} \right) dU_s = \int_{B_1}^{B_2} \sqrt{M^2 - 1} \frac{dV}{V} - \int_{B_1}^{B_2} d\delta \quad (2)$$

単一波の領域に対しては次式が成り立つ。

$$\int_{S_1}^{S_2} \left(\frac{dv}{dU_s} - \frac{d\delta}{dU_s} \right) dU_s = -2 \int_{B_1}^{B_2} d\delta$$

$$\frac{dv}{dU_s} = \frac{(M^2 - 1)^{0.5} \{U_s(1 - 2S) + C_0(S - 1)\}}{\{U_s^2(1 - 2S) + 2U_s C_0(S - 1) + C_0^2 + S^2 D^2\}}$$

$$v^2 = \frac{\{U_s(S - 1) + C_0\}^2}{S^2} + D^2 - U_s^2$$

音速は次式を用いる。(3)

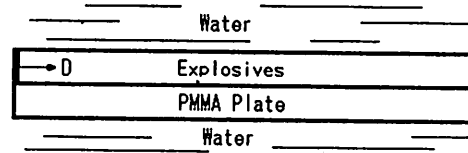


図2 数値多析の物理場

表1 状態方程式の各定数

material	ρ_0 (kg/m ³)	C_0 (m/s)	S	Γ_0
water	1000.0	1480.0	1.786	1.65
PMMA	1181.0	2260.0	1.816	0.75

表2 SBFのJWLパラメータ

A(GPa)	B(GPa)	C(GPa)	Pc ₁ (GPa)
364.99	2.3097	0.0928	15.910
R ₁	R ₂	ω	E ₀ (J/kg)
4.30	1.00	0.28	1.099×10^8

$$C = C_0 (1 - \xi) (1 + S\xi (1 - \Gamma_0 \xi))^{1/2} / (1 - S\xi)^{3/2}$$

$$\xi = \left(1 - \frac{C_0}{U_s}\right) / S$$

$$\tan \delta = \frac{U_s - C_0}{S(D^2 - U_s^2)^{0.5} + \frac{U_s}{(D^2 - U_s^2)^{0.5}} \{(S - 1)U_s + C_0\}}$$

$$\frac{d\delta}{dU_s} = \frac{\{S(D^2 - U_s^2) - (U_s - C_0) \{(S - 1)U_s + C_0\}\}}{\{S^2 D^2 - (U_s - C_0) \{(2S - 1)U_s + C_0\}\} (D^2 - U_s^2)^{0.5}}$$

ここに、S は媒質による定数で、 Γ_0 は Grüneisen 定数である。これらの値を表1^{(4),(5)}に示す。

次に流線に沿って次式が成り立つ。

$$V_2^2 - V_1^2 = -2 \int_{\rho_1}^{\rho_2} \frac{\rho_2 C^2}{\rho} d\rho \quad (3)$$

$$\frac{dp}{d\rho} = C^2 \quad (4)$$

$$C = C_0 (1 - \eta) (1 + S\eta (1 - \Gamma_0 \eta))^{0.5} / (1 - S\eta)^{1.5}$$

$$\eta = 1 - \rho_0 / \rho$$

以上の関係式から、衝撃波面形状あるいは境界の形状を与えると、衝撃波面と境界間の領域の物理量が得られる。また図1 A点での衝撃波の強さやその入射角度 θ_0 などはインピーダンスマッチング法⁽³⁾から概算することができる。

3. 数値解析方法

図2は数値シミュレーションに対する物理場を示している。平板状爆薬と PMMA 板の厚さは 5 mm である。その周囲は水で満たされている。爆薬は旭化成工業の

SEP (ペンスリット65%, パラフィン35%の可塑性爆薬)とし、爆速Dは6970m/sである。このような水中爆轟のシミュレーションに対しては異なった媒質が存在する物理場も比較的容易に解析できるSALE法⁶⁾が有効である。^{(1), (2)} SALE法とは、ICE (Implicit Continuous-fluid Eulerian) 法⁽⁷⁾と、任意の流体粒子に着目してその速度や加速度などの時々刻々の変化を観察するLagrangeの方法と速度や圧力などの変化を空間内の点の位置と時間の関数として取り扱うEulerの方法を組み合わせるALE (Arbitrary Lagrangian-Eulerian) 法⁽⁸⁾とを組み合わせたICEd-ALE法⁽⁹⁾を改良したものである。

SALE法による計算は次の三段階で構成されている。

- 段階1: 計算場に働く全ての力の影響による最新の速度場に対する陽的なLagrangian計算。
 段階2: Newton-Raphsonの繰り返し計算により時間的に進んだ圧力と速度を与える。
 段階3: 対流流れの計算を行うためのもので、格子の再区分を行う。

SALE法の特徴は以上の三つの段階をそれぞれの問題に対して適切に組み合わせることにある。本論文の計算は質量、運動量、エネルギーの保存式に状態方程式を組み合わせで行った。二次元・非粘性に対するそれらの保存式を示す。

<質量の式>

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0 \quad (5)$$

<運動量の式>

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \rho u^2}{\partial x} + \frac{\partial \rho u v}{\partial y} + \frac{\partial (p+q)}{\partial x} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial \rho v^2}{\partial y} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \rho u v}{\partial x} + \frac{\partial (p+q)}{\partial y} = 0 \quad (7)$$

<エネルギーの式>

$$\frac{\partial \rho e}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \rho e u}{\partial x} + \frac{\partial \rho e v}{\partial y} = -(p+q)H \quad (8)$$

$$H = \frac{1}{r} \frac{\partial r u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$q = \lambda_0 \rho A H \min(0, H)$$

ここで、式中のu, v, e, およびqはそれぞれ、x方向の流速、y方向の流速、内部エネルギー、および

人工粘性圧力である。 λ_0 は0.25以下の定数で、Aは格子cell面積である。なお、円筒座標では $r = x$ とし、直交座標においては $r = 1$ とする。水およびPMMAについては次式のMie-Grüneisenの状態方程式を用いた。

$$P = \frac{\rho_0 C_0^2 \eta}{(1 - S\eta)^2} \left(1 - \frac{1}{2} \Gamma_0 \eta\right) + \rho_0 \Gamma_0 e \quad (9)$$

上式の各定数を表1に示す。また爆轟ガス状態方程式は次式で表されるJWL状態方程式を用いた。

$$P = A \left(1 - \frac{\omega}{R_1 V}\right) \exp(-R_1 V) + B \left(1 - \frac{\omega}{R_2 V}\right) \exp(-R_2 V) + \frac{\omega \rho_0 e}{V} \quad (10)$$

ここでA, B, R_1 , R_2 , ω は実験的に求められる定数(JWLパラメータ)であり、Vは未爆轟爆薬と爆轟ガスの密度比(ρ_0 / ρ)である。JWLパラメータを表2に示す。爆薬の爆轟条件の数値シミュレーションは、次のような仮定で行った。(1)爆薬は均質である。(2)爆薬は完全に定常的爆轟を行う。(3)爆轟波が到達した爆薬部は直ちに爆轟ガスに変換される。(4)爆轟波のすぐ後方はChapman-Jougetの圧力、密度、エネルギーを有する。(5)爆轟ガスはJWLの状態方程式に従って膨張する。⁽²⁾なお、計算場は一辺を0.5mmの格子に分割し、格子数はx方向に540点、y方向に480点とした。

4. 結果および考察

図3は数値シミュレーションによる計算結果を各格子点での定置座標のMach線で水領域に対して示している。図中のWSは水中衝撃波、PGは爆轟ガスを表す。定置座標で水中衝撃波形状は明確に捉えられている。図4は数値シミュレーションによる計算結果を定置座標の速度ベクトルで水領域の各格子点に対して示している。図中の実線は、爆轟ガスに隣接した水側の格子点を結んでいる。速度ベクトルはこの曲線に接していることがわかる。これらは、定置座標で物理現象を解析することが妥当であることを示すと思われる。次に図5は、数値シミュレーションによる等圧線と理論解析結果を水中衝撃波の位置で比較して示している。図中の破線は、爆轟ガスと水が隣接する格子点を示している。理論解析結果はシンボル記号で示され、この破線内に水と爆轟ガスの境界を仮定して水中衝撃波の座標点を算出している。数値シミュレーションと理論解析結果による水中衝撃波の位置は比較的一致している。理論解析に用いたMach線は、じょう乱の伝播を

示す。したがって、両者の一致は水中衝撃波の減衰に爆轟ガスの膨張によって発生する膨張波が大きく寄与することを示すと言える。

5. 結 言

平板状爆薬の水中爆轟によって発生した爆源近くの水中爆撃波伝播現象に対して、水中衝撃波強さの減衰に、爆轟ガスの膨張によって発生するじょう乱が大きく寄与することを特性理論解析で示した。

文 献

- 1) 伊東・久保田・長野・外本・藤田・千葉・機論, 61-588, (1995), 2981
- 2) 伊東・久保田・吉良・長野・藤田, 火薬学会誌, 55-5 (1994), 202
- 3) 田中克巳, 工業火薬協会誌, 37-6, (1976), 277
- 4) Marsh, S. P., LASL Shock Hugoniot Data, (1980), 212, University of California Press.
- 5) 高橋・村田・加藤, 工業火薬, 54-4, (1993), 190
- 6) Amsden, A. A., Ruppel H. M. and Hirt, C. W., LA-8095, UC-32, (1980)
- 7) Harlow, F. H. and Amsden, A. A., J. Comput. Phys. 8, (1971), 197
- 8) Hirt, C. W., Amsden, A. A. and Cook, J. L., J. Comput. Phys. 14, (1974), 227
- 9) Amsden, A. A. and Hirt, C. W., LA-5100, (1973)

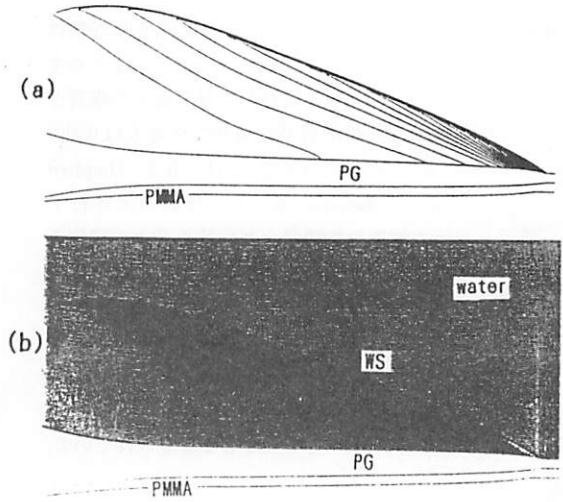


図3 数値解析による等圧線図 (a) と定置座標のMach線 (b)

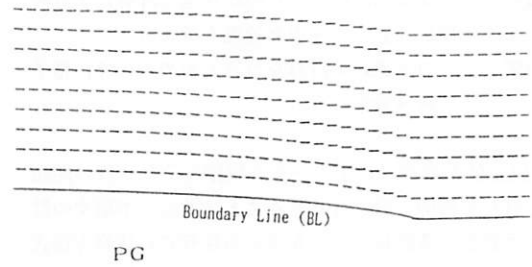


図4 数値解析による定置座標の速度ベクトル

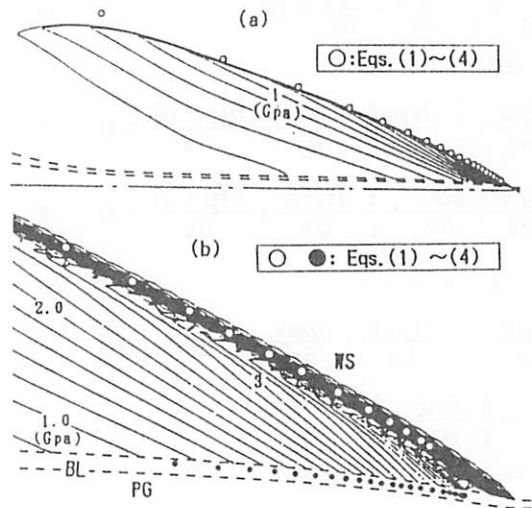


図5 数値解析と理論解析の比較