最適レギュレータの逆計算の一方法

出川　喬庸

An Inverse Computation Method of Optimal Regulator

Tadayasu DEGAWA

When the linear plant is time invariant and when the quadratic performance index is an integral with constant coefficients over an infinite period, the control law feedback matrix is a constant, yielding time-invariant regulator system. The inverse problem of optimal regulator is to find necessary and sufficient conditions on the system and stable feedback gain matrices so that the quadratic performance index is minimized, and to determine all weighting matrices.

This report describes a computation method for the inverse problem of optimal regulator for the multi-input system in terms of polynomial matrix equation.

The polynomial matrix equation is derived from Kalman equation, which is frequency domain version of Riccati equation. The new computation method provides a better insight into the weighting matrix of optimal regulator, but also indicates duality between the time domain and frequency domain. The optimality of a feedback control law is characterized in terms of return difference condition. A stable control law is optimal if and only if the absolute value of the corresponding return difference is at least equal to one at all frequencies. However, the condition is satisfied necessarily when Kalman equation is satisfied with definiteness condition with respect to the weighting matrix. Therefore, the main objective is to formulate a computation method for finding a suitable weighting matrix in the quadratic performance index so that the given stable feedback control law is optimal.

In this method, it is not required to treat solution for Riccati equation, the direct relationship between gains and weighting matrices are obtained and computation becomes simple.

As for numerical example, from given state variable feedback gain, weighting matrices of the quadratic performance index are computed by the proposed method.

Keywords: linear system, optimal regulator, performance index, feedback control law.

1　まえがき

線形最適レギュレータの制御則は定係数の状態フィードバックで与えられる。その定数係数のフィードバック・ゲインは評価関数の選定パラメータと状態方程式のパラメータからなるリカッチ方程式の解を介して一般には得られる。最適レギュレータの逆問題は状態フィードバック制御則が与えられたとき，それがある評価関数を最小にする条件を見つけ出し，その評価関数の重み行列を決定することである。最適レギュレータの逆問題はKalmanによる単入力系に対する最初の研究(1964年)以来，多くの研究が行われてきており，多入力系に対する一般化も行われている。

本報告では，多入力系に対する最適レギュレータの状態フィードバック・ゲインをリカッチ方程式を解くことなく直接計算する方法を以前に提案したが，それを基にして，この報告は多入力系に対する線形最適レギュレータの逆問題の多項式行列による一つの計算法を検討している。目的は多項式行列を用いて，評価関数の重み行列とフィードバック制御則とのさらに直接

的な関係を求め，最適レギュレータの逆問題のこれまでより簡単な計算法を定式化し，他の多くの問題と同様に，時間領域と周波数領域との双対性があることを示すことである。

本方法の計算手順を示すために，数値例を用いて，与えられた安定な状態フィードバック制御則から，評価関数の重み行列を計算し，それらの解から元の制御則が導かれることを確認する。

2 問題の記述

制御対象は m 入力 n 次線形固定係数系であり，つぎの微分方程式で記述される。

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \tag{1}$$

ここで，$x(t)\in\mathbf{R}^n$ は状態，$u(t)\in\mathbf{R}^m$ は入力である。A，B はそれぞれ $n\times n$, $n\times m$ の定数行列，系は完全可制御であるとする。

最適レギュレータの逆問題は，安定なフィードバック制御則

$$u = Kx \tag{2}$$

が与えられたとき，この制御則が最適になるような評価関数

$$J = \int_0^\infty (x^TQx + u^TRu)dt, \quad Q = Q^T \geq 0, R = R^T > 0 \tag{3}$$

が存在する条件を見つけ出し，存在するならば重み行列 Q と R を決定することである。

3 最適レギュレータの設計問題

元の最適レギュレータの設計問題は，評価関数(3)を最小にする状態フィードバック制御則 $u = Kx$，すなわち，状態フィードバック・ゲイン K を求めることであり，つぎのように得られる。

$$K = -R^{-1}B^TP \tag{4}$$

P はつぎのリカッチ方程式の正定対称な解である。

$$A^TP + PA - PBR^{-1}B^TP + Q = 0 \tag{5}$$

しかしながら，状態フィードバック・ゲイン K はつぎの方程式を用いて直接求めることもできる。

$$F^T(-s)F(s) = \Gamma(s) \tag{6}$$

ここで，

$$F(s) \equiv R^{1/2}\{B_m^{-1}A(s) - K_cS(s)\} \tag{7}$$

$$\Gamma(s) \equiv A^T(-s)B_m^{-T} RB_m^{-1}A(s) + S^T(s)Q_cS(s) \tag{8}$$

$$K_c \equiv KT^{-1}, \quad Q_c \equiv T^{-T}QT^{-1} \tag{9}$$

$$A_m \equiv -\begin{bmatrix} g_1^TA^{\rho_1} \\ g_2^TA^{\rho_2} \\ \cdots \\ g_m^TA^{\rho_m} \end{bmatrix} T^{-1} \tag{10}$$

$$A_m \equiv -\begin{bmatrix} g_1^TA^{\rho_1-1}B \\ g_2^TA^{\rho_2-1}B \\ \cdots \\ g_m^TA^{\rho_m-1}B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & * & * & * \\ 0 & 1 & * & * \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{11}$$

$$T \equiv [g_1 \quad A^Tg_1 \quad \cdots \quad (A^T)^{\rho_1-1}g_1 \quad g_2 \quad \cdots \quad (A^T)^{\rho_2-1}g_2 \quad \cdots \quad \cdots \quad (A^T)^{\rho_m-1}g_{\rho_m}]^T \tag{12}$$

g_i^T は可制御性指数を $\{\rho_1, \rho_2, \cdots, \rho_m\}$ とし，

$$h_i \equiv \sum_{k=1}^{i} \rho_k \qquad i = 1, 2, \cdots, m \tag{13}$$

$$C \equiv [\, b_1 \quad Ab_1 \cdots A^{\rho_1-1}b_1 \quad b_2 \quad Ab_2 \cdots A^{\rho_2-1}b_2 \cdots b_m \quad Ab_m \cdots A^{\rho_m-1}b_m\,] \tag{14}$$

とするとき，C^{-1} の第 h_i 行ベクトルである。

$$A(s) \equiv H(s) + A_mS(s) \tag{15}$$

$$H(s) \equiv \begin{bmatrix} s^{\rho_1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & s^{\rho_2} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & s^{\rho_m} \end{bmatrix} \tag{16}$$

$$S(s) \equiv [S_1^T(s) \quad S_2^T(s) \quad \cdots \quad S_m^T(s)]^T \tag{17}$$

$$S_i(s) \equiv \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & s & \vdots & & \vdots \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & s^{\rho_i-1} & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \tag{18}$$

(6)式からゲイン K を求める式はつぎのようになる。

$$K = B_m^{-1}\,(\Psi N^{-1} + A_m)\,T \tag{19}$$

ここで，

$$N \equiv [\nu_1 \quad \nu_2 \quad \cdots \quad \nu_n] \tag{20}$$

$$\Psi \equiv [\phi_1 \quad \phi_2 \quad \cdots \quad \phi_n] \tag{21}$$

$\{s_1, s_2, \cdots s_n\}$ を $|\Gamma(s)| = 0$ の実数部が負の n 個の根とする。

(Ⅰ) s_i が単根の場合

$$\nu_i = S(s_i)w_i \tag{22}$$

$$\phi_i = H(s_i)w_i \tag{23}$$

$$\Gamma(S_i)w_i = 0 \ \wedge \ w_i \neq 0 \tag{24}$$

(Ⅱ) s_i が r 重根の場合

$s_i = s_{i+1} = \cdots = s_{i+r-1} = \sigma$ として

$$\nu_r = S_r(\sigma)w_r \tag{25}$$

$$\phi_r = H_r(\sigma)w_r \tag{26}$$

$$\Gamma_r(\sigma)w_r = 0 \tag{27}$$

$$S_r(\sigma)\equiv\begin{bmatrix} S(\sigma) & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ S^{(1)}(\sigma) & S(\sigma) & 0 & \cdots & 0 \\ S^{(2)}(\sigma) & 2S^{(1)}(\sigma) & S(\sigma) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ S^{(r-1)}(\sigma) & {}_{r-1}C_1S^{(r-2)}(\sigma) & {}_{r-1}C_2S^{(r-3)}(\sigma) & \cdots & S(\sigma) \end{bmatrix} \tag{28}$$

$$S^{(l)}(\sigma)\equiv\left[\frac{d^lS(s)}{ds^l}\right]_{s=\sigma} \tag{29}$$

$$H_r(\sigma)\equiv\begin{bmatrix} H(\sigma) & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ H^{(1)}(\sigma) & H(\sigma) & 0 & \cdots & 0 \\ H^{(2)}(\sigma) & 2H^{(1)}(\sigma) & H(\sigma) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ H^{(r-1)}(\sigma) & {}_{r-1}C_1H^{(r-2)}(\sigma) & {}_{r-1}C_2H^{(r-3)}(\sigma) & \cdots & H(\sigma) \end{bmatrix} \tag{30}$$

$$H^{(l)}(\sigma)\equiv\left[\frac{d^lH(s)}{ds^l}\right]_{s=\sigma} \tag{31}$$

$$\Gamma_r(\sigma)\equiv\begin{bmatrix} \Gamma(\sigma) & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \Gamma^{(1)}(\sigma) & \Gamma(\sigma) & 0 & \cdots & 0 \\ \Gamma^{(2)}(\sigma) & 2\Gamma^{(1)}(\sigma) & \Gamma(\sigma) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \Gamma^{(r-1)}(\sigma) & {}_{r-1}C_1\Gamma^{(r-2)}(\sigma) & {}_{r-1}C_2\Gamma^{(r-3)}(\sigma) & \cdots & \Gamma(\sigma) \end{bmatrix} \tag{32}$$

$$\Gamma^{(l)}(\sigma)\equiv\left[\frac{d^l\Gamma(s)}{ds^l}\right]_{s=\sigma} \tag{33}$$

$$\nu_r^T = \lfloor \nu_i^T, \nu_{i+1}^T, \cdots, \nu_{i+r-1}^T \rfloor \tag{34}$$

$$\Psi_r^T = \lfloor \phi_i^T, \phi_{i+1}^T, \cdots, \phi_{i+r-1}^T \rfloor \tag{35}$$

$$\begin{aligned} &w_r^T = \lfloor w_i^T, w_{i+1}^T, \cdots, w_{i+r-1}^T \rfloor \\ &w_j \neq 0 \quad \text{for } j = i, i+1, \cdots, i+r-1 \end{aligned} \tag{36}$$

4 最適レギュレータの逆計算法

最適レギュレータの逆計算の基礎になる式は(6)式である。

(6)式の左辺を展開すると，つぎのようになる。

$$\begin{aligned} &F^T(-s)F(s) \\ &= \{B_m^{-1}A(-s)-K_cS(-s)\}^T R\{B_m^{-1}A(s)-K_cS(s)\} \\ &= A^T(-s)B_m^{-T}RB_m^{-1}A(s)-A^T(-s)B_m^{-T}RK_cS(s) \\ &\quad -S(-s)K_c^TRB_m^{-1}A(s)+S^T(-s)K_c^TRK_cS(s) \end{aligned} \tag{37}$$

一方，(6)式の右辺は(8)式で与えられており，(6)式の両辺には共通の項 $A^T(-s)B_m^{-T}RB_m^{-1}A(s)$ が含まれていることが分かる。したがって，(6)式が成り立つためには次式が成り立たなくてはならない。

$$\begin{aligned} &-A^T(-s)B_m^{-T}RK_cS(s)-S^T(-s)K_c^TRB_m^{-1}A(s) \\ &+S^T(-s)K_c^TRK_cS(s) = S^T(-s)Q_cS(s) \end{aligned} \tag{38}$$

(38)式の左辺はさらにつぎのように展開される。

$$\begin{aligned} &-A^T(-s)B_m^{-T}RK_cS(s)-S^T(-s)K_c^TRB_m^{-1}A(s) \\ &+S^T(-s)K_c^TRK_cS(s) \\ &= -(H(-s)+A_mS(-s))^T B_m^{-T}RK_cS(s) \\ &-S^T(-s)K_c^TRB_m^{-1}(H(s)+A_mS(s))+S^T(-s)K_c^TRK_cS(s) \\ &= -H^T(-s)B_m^{-T}RK_cS(s)-S^T(-s)A_m^TB_m^{-T}RK_cS(s) \\ &-S^T(-s)K_c^TRB_m^{-1}H(s)-S^T(-s)K_c^TRB_m^{-1}A_mS(s) \\ &+S^T(-s)K_c^TRK_cS(s) \end{aligned} \tag{39}$$

(39)式は対角要素が s に関する $2\rho_i$ 次で，(i,j) 非対角要素が s に関する $(\rho_i+\rho_j-1)$ 次の $m\times m$ 多項式行列である。一方，右辺は対角要素が s に関する $2(\rho_i-1)$ 次で，(i,j) 非対角要素が s に関する $(\rho_i+\rho_j-2)$ 次の $m\times m$ 多項式行列である。したがって，(6)式が成り立つためには(39)式の対角要素の $2\rho_i$ 次の項と，(i,j) 非対角要素の $(\rho_i+\rho_j-1)$ 次の項は零にならなければならない。

これは次式で表わされる。

$$\begin{aligned} &-H^T(-s)B_m^{-T}RK_cB_cB_m^{-1}H(s)/s \\ &+H^T(-s)B_m^{-T}B_c^TK_c^TRB_m^{-1}H(s)/s \\ &=H^T(-s)B_m^{-T}(B_c^TK_c^TR-RK_cB_c)B_m^{-1}H(s)/s \\ &=H^T(-s)B_m^{-T}(B^TK^TR-RKB)B_m^{-1}H(s)/s \\ &=0 \end{aligned} \tag{40}$$

ここで、$B_c\equiv TB$

(40)式が成り立つためには次式が成り立てばよい。

$$B^TK^TR-RKB=0 \tag{41}$$

(41)式が成り立つためには RKB は対称行列でなければならない。これは(4)式が成り立つとき，成り立ち，次のように表される。

$$RK=-B^TP \quad \wedge \quad P>0 \tag{42}$$

ここで，R と P は正定対称行列である。

(42)式が成り立つためには，KB が線形独立な実数固有ベクトルを持ち，その固有値はすべて負でなければならない。このとき R は次式から求められる。

$$R=V\Gamma V \tag{43}$$

ここで，V は次式を満たす。

$$B^TK^TV=\Lambda V \tag{44}$$

V は B^TK^T の固有ベクトルを列ベクトルとする行列，Λ は B^TK^T の固有値からなる対角行列である。Γ は次式を満たす。

$$\Gamma\Lambda=\Lambda\Gamma \quad \wedge \quad \Gamma=\Gamma^T>0 \tag{45}$$

(41)式が成り立つとすれば，(6)式はつぎのようになる。

$$
\begin{aligned}
&S^T(-s)B_cB_m^{-T}RK_c(A_c-B_cB_m^{-1}A_m)S(s)\\
&-S^T(-s)A_m^TB_m^{-T}RK_cS(s)\\
&-S^T(-s)(A_c-B_cB_m^{-1}A_m)^TK_c^TRB_m^{-1}B_c^TS(s)\\
&-S^T(-s)K_c^TRB_m^{-1}A_mS(s)\\
&+S^T(-s)K_c^TRK_cS(s)\\
&=S^T(-s)Q_cS(s)
\end{aligned}
\qquad (46)
$$

ここで、$A_c \equiv TAT^{-1}$

上式は

$$
\begin{aligned}
Q_p \equiv\ &B_cB_m^{-T}RK_c(A_c-B_cB_m^{-1}A_m)\\
&+(A_c-B_cB_m^{-1}A_m)^TK_c^TR_m^{-1}B_c^T\\
&-A_m^TB_m^{-T}RK_c-K_c^TRB_m^{-1}A_m+K_c^TRK_c
\end{aligned}
\qquad (47)
$$

とおくと，つぎのように表される。

$$S^T(-s)Q_pS(s)=S^T(-s)Q_cS(s) \qquad (48)$$

(48)式の両辺は(i,j)要素がsに関する$(\rho_i+\rho_j-2)$次の$m\times m$多項式行列である。

いま，(48)式が成り立つための定数行列Q_pとQ_cとの関係を考えるために行列Q_cをつぎのようなブロック行列で表す。

$$
Q_c \equiv \begin{bmatrix} Q_{c11} & Q_{c12} & \cdots & Q_{c1m}\\ Q_{c21} & Q_{c22} & \cdots & Q_{c2m}\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ Q_{cm1} & Q_{cm2} & \cdots & Q_{cmm}\end{bmatrix} \qquad (49)
$$

ここで，$Q_{cij}(i,j=1,2\cdots,m)$は$\rho_i\times\rho_j$行列である。

このとき，$S^T(-s)Q_cS(s)$の(i,j)要素は

$s_i^T(-s)Q_{cij}s_j(s)$と表されることになる。$s_i(s)$はつぎのように定義される。

$$s_i^T(s)\equiv[1\quad s\quad \cdots s^{\rho_i}] \qquad (50)$$

Q_cが対称行列であるから，対角ブロックQ_{cii}も対称行列である。しかし，非対角ブロックQ_{cij}は一般に対称行列ではない。

さらに，

$$
Q_{cij} \equiv \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & \cdots & q_{1\rho_j}\\ q_{21} & q_{22} & \cdots & q_{2\rho_j}\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ q_{\rho_i1} & q_{\rho_i2} & \cdots & q_{\rho_i\rho_j}\end{bmatrix} \qquad (51)
$$

とおくと，$s_i^T(-s)Q_{cij}s_j(s)$はつぎのように表される。

$$
\begin{aligned}
s_i^T(-s)Q_{cij}s_j(s) &= \sum_{k=1}^{\rho_i}\sum_{l=1}^{\rho_j} q_{kl}s^{k-1}(-s)^{l-1}\\
&=\sum_{k+l=2} q_{kl}s^{k-1}(-s)^{l-1}+\sum_{k+l=3} q_{kl}s^{k-1}(-s)^{l-1}\\
&\quad+\cdots+\sum_{k+l=\rho_i+\rho_j} q_{kl}s^{k-1}(-s)^{l-1}
\end{aligned}
\qquad (52)
$$

上式は，多項式行列$S^T(-s)Q_cS(s)$の(i,j)要素の多項式の係数がブロック定数行列Q_{cij}の要素が属する行と要素が属する列の和が一定の要素の和のみで決まることを示している。したがって，多項式行列$S^T(-s)Q_pS(s)$と$S^T(-s)Q_cS(s)$の要素は対角ブロックの定数行列Q_{pij}とQ_{cij}の要素が属する行と要素が属する列の和が一定の要素の和のみが等しければ，個々の要素は等しくなくても等しくなる。

Q_{cii}は対称行列であるから，$s_i^T(-s)Q_{cii}s_i(s)$はつぎのようになる。

$$
\begin{aligned}
s_i^T(-s)Q_{cii}s_i(s) &= \sum_{k=1}^{\rho_i} q_{kk}s^{k-1}(-s)^{k-1}\\
&=\sum_{k=1}^{\rho_i} q_{kk}s^{2k-2}(-1)^{k-1}
\end{aligned}
\qquad (53)
$$

上式は，多項式行列$S^T(-s)Q_cS(s)$の対角要素が対角ブロックの定数対称行列Q_{cii}の対角要素だけで決まり，非対角要素は何の影響も及ぼさないことを示している。したがって，多項式行列$S^T(-s)Q_pS(s)$と$S^T(-s)Q_cS(s)$の対角要素は対角ブロックの定数対称行列Q_{pii}とQ_{cii}の対角要素のみが等しければ，非対角要素は等しくなくても等しくなる。

以上の性質を使って，Q_cはQ_pから出発して，$Q_c\geq 0$となるように，対角ブロックの定数行列の対角要素と，非対角ブロックの定数行列の対角要素に近い要素の値を定め，他の要素はすべて零とすることにする。それで，もし，$Q_c\geq 0$とならなければ，解は見つからないことになる。Q_cが定まると，変換行列を使って，Qが求められる。

5　最適レギュレータの逆の数値計算例

例を用いて，最適レギュレータの逆，すなわち，安定化フィードバック・ゲインから重み行列を求める。

制御対象をつぎのように設定する。

$$
A=\begin{bmatrix}0&1&0&0\\0&2&0&5\\0&0&0&1\\0&0&-1&2\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}0&0\\1&0\\0&0\\0&1\end{bmatrix}
$$

(I)フィードバック・ゲインが

$$K=\begin{bmatrix}-10.0&-8.00&-3.00&-5.00\\-3.00&-1.00&-12.0&-9.00\end{bmatrix}$$ のとき

計算の途中経過はつぎのようになる。

$$KB=\begin{bmatrix}-8.00&-5.00\\-1.00&-9.00\end{bmatrix}$$

KBの固有値は-6.21，-10.8である。

$$V=\begin{bmatrix}0.487 & 0.448\\ -0.873 & 1.23\end{bmatrix}$$

$$R=VV^T=\begin{bmatrix}0.438 & 0.134\\ 0.134 & 2.32\end{bmatrix}$$

$$Q_p=\begin{bmatrix}72.7 & 37.0 & 122. & 58.2\\ 37.0 & 8.38 & 49.2 & 5.74\\ 122. & 49.2 & 405. & 220.\\ 58.2 & 5.74 & 220. & 34.4\end{bmatrix}$$

$$Q=Q_c=\begin{bmatrix}72.7 & 0 & 122. & 8.96\\ 0 & 8.38 & 0 & 5.74\\ 122. & 0 & 405. & 0\\ 8.96 & 5.74 & 0 & 34.4\end{bmatrix}$$

Qは対称行列であり，その固有値は

32.5，445.，7.17，35.6

であるから，正定対称行列である。

(II)フィードバック・ゲインが

$$K=\begin{bmatrix}-3.96 & -5.07 & -6.48 & -1.84\\ -1.99 & -1.84 & -11.9 & -10.2\end{bmatrix}\text{のとき}$$

計算の途中経過はつぎのようになる。

$$KB=\begin{bmatrix}-5.07 & -1.84\\ -1.84 & -10.2\end{bmatrix}$$

KBの固有値は-4.48，-10.8である。

$$V=\begin{bmatrix}0.952 & 0.305\\ -0.305 & 0.952\end{bmatrix}$$

$$R=VV^T=\begin{bmatrix}1.00 & 0\\ 0 & 1.00\end{bmatrix}$$

$$Q_p=\begin{bmatrix}19.7 & 15.8 & 0 & 3.90\\ 15.8 & 0.915 & 3.90 & 0\\ 0 & 3.90 & 207. & 129\\ 3.90 & 0 & 129 & 25.1\end{bmatrix}$$

$$Q=Q_c=\begin{bmatrix}19.7 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0.915 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 207. & 0\\ 0 & 0 & 0 & 25.1\end{bmatrix}$$

以上の結果求められた重み行列RとQを用いて，最適レギュレータのフィードバック・ゲインKを求めると，最初に仮定したものと一致することを確認している。

6 あとがき

本報告では，定係数線形の多入力系に対して，状態量と入力量の2次形式で表される評価関数を最小にする安定最適レギュレータの逆計算法を考え，閉ループ系を安定にする定係数の状態フィードバック・ゲインから，リカッチ方程式の解を介することなく評価関数の重み行列を直接計算する方法を閉ループ系の特性根に重根がある場合も含めて導いた。

安定最適レギュレータの逆問題の解は既に知られているが，本報告ではそれを多項式行列を用いて求める方法に変更し，計算手順を簡単にした。また，求められる重み行列に等価な重み行列を求める方法も示した。

計算手順を具体的に示すために，閉ループ系の特性根に，重根がある場合の評価関数の重み行列の数値計算例を示した。すべて単根の場合の計算の手順はもっと簡単である。

この計算方法は最適レギュレータのの逆計算法はもちろんのこと，リカッチ方程式の解に頼るいろいろな制御問題に適用できると思われる。

参考文献

1) A. Jameson and E. Kreindler: Inverse Problem of Linear Optimal Control. SIAM Journal of Control: Vol. 11, No.1, February, 1973

2) W. A. Wolovich: Linear Multivariable Systems. New York: Spring Verlag, 1974

3) 出川，金井，内門：多変数モデル・フォロイング制御系の一構成法，計測自動制御学論文集，第18巻，第12号，1982年，pp1132～1139

4) 木村英紀，藤井孝雄，森武宏：ロバスト制御，コロナ社，1994年

5) 出川：状態フィードバック・ゲイン計算の一方法，第21回 Dynamical System Theory シンポジウム，pp213～216，1998年

6) 出川：最適レギュレータの計算法，第28回制御理論シンポジウム資料，pp219～222，1999年

7) 出川：線形最適レギュレータの一計算法，状態フィードバック・ゲイン計算の一方法，第22回 Dynamical System Theory シンポジウム，pp187～190，1999年